

El problema inverso de Galois en $HoTop_*$

Antonio Viruel¹

Resumen

Trabajo conjunto con Cristina Costoya (Universidade da Coruña).

El *problema inverso de Galois* en una categoría \mathcal{C} , consiste en decidir si para todo grupo finito G , existe un objeto X_G en \mathcal{C} tal que su grupo de automorfismos es isomorfo a G .

Por ejemplo, si consideramos la categoría de grupos $\mathcal{C} = \mathit{Groups}$, y $G = \mathbb{Z}_p$, con p un número impar, no existe ningún objeto (grupo) $X_{\mathbb{Z}_p}$ tal que su grupo de automorfismos sea isomorfo a \mathbb{Z}_p y por tanto el problema admite una respuesta negativa en Groups . Sin embargo, si consideramos la categoría de variedades riemannianas o la categoría de grafos, entonces el problema inverso de Galois sí admite una respuesta positiva.

Considerado como uno de los problemas más relevantes en el estudio de las equivalencias homotópicas, i.e. automorfismos en la categoría homotópica de espacios punteados $HoTop_*$, el problema inverso de Galois se denomina *problema de realización*. Aparece con frecuencia en listas de preguntas abiertas desde los años 60 [1, 4, 5], siendo resuelto recientemente en el trabajo del conferenciante [2].

En esta charla explicaremos un método general para resolverlo, construyendo un funtor de la categoría de grafos a la categoría $HoTop_*$. Veremos que además de su interés en Topología Algebraica, esta construcción es importante en otros ámbitos como Geometría Diferencial, probando la existencia de variedades inflexibles, o Álgebra, resolviendo el problema de isomorfía de cierta clase de grupos [3].

- [1] M. Arkowitz, *The group of self-homotopy equivalences-a survey*, in: *Groups of self-equivalences and related topics*, Lecture Notes in Math., Springer **1425** (1990), 170–203.
- [2] C. Costoya and A. Viruel, *Every finite group is the group of self homotopy equivalences of an elliptic space*, arXiv:1106.1087.
- [3] ———, *Faithful actions on Differential Graded Algebras determine the isomorphism type of a large class of groups*, arXiv:1206.3639.
- [4] Y. Félix, *Problems on mapping spaces and related subjects*, in: *Homotopy theory of function spaces and related topics*, Contemp. Math. **519** (2010), 217–230.
- [5] D. Kahn, *Realization problems for the group of homotopy classes of self-equivalences*, Math. Annal. **220** (1976), 37–46.

¹Departamento de Álgebra, Geometría y Topología
Universidad de Málaga
viruel@agt.cie.uma.es