

Grupos Topológicos y Dualidad de Pontryagin

María Jesús Chasco¹

Resumen

En los grupos topológicos, álgebra y topología interactúan de modo que el conocimiento de la estructura topológica permite obtener información sobre la estructura algebraica y viceversa. Comentaremos algunos ejemplos de estas interacciones y nos detendremos en la dualidad de Pontryagin.

La dualidad de Pontryagin constituye la herramienta básica del desarrollo del Análisis Armónico en grupos compactos y más en general en grupos localmente compactos abelianos. La idea de expresar una función compleja, definida en un grupo compacto, como superposición de funciones mucho más simétricas que son los caracteres o frecuencias, donde los coeficientes están determinados por la transformada de Fourier definida en el grupo dual, es la base del desarrollo del análisis de Fourier. La posibilidad de pasar del grupo a su dual y, mediante la correspondiente inversión, volver al grupo original es uno de tantos ejemplos de dualidad que se usan en matemáticas.

Comentaremos algunos de los resultados más relevantes sobre la dualidad de Pontryagin en grupos topológicos abelianos, finalizando con resultados recientes que han cerrado algunas de las preguntas abiertas de los últimos años: ¿Existen grupos precompactos no compactos reflexivos? ¿Existen P -grupos no discretos reflexivos?

- [1] A. Ardanza-Trevijano, M. J. Chasco, X. Domínguez and M. Tkachenko, *Precompact noncompact reflexive abelian groups*, Forum Math. Vol 24 (2012) 289–302.
- [2] L. Außenhofer, *Contributions to the Duality Theory of Abelian Topological Groups and to the Theory of Nuclear Groups*, Dissertationes Mathematicae, CCCLXXXIV, Warszawa, 1999.
- [3] W. Banaszczyk, M. J. Chasco, M. J. and E. Martín-Peinador, *Open subgroups and Pontryagin duality*, Math. Z. (2) 215 (1994) 195–204.
- [4] M. J. Chasco, *Pontryagin duality for metrizable groups*, Arch. Math. 70 (1998), 22–28.
- [5] M. J. Chasco, and E. Martín-Peinador, *An approach to duality on Abelian precompact groups*, J. Group Theory 11 (2008), 635–643.
- [6] S. Gabrielyan, *Reflexive group topologies on Abelian groups*, J. Group Theory 13, no. 6, (2010) 891–901.
- [7] J. Galindo and S. Macario, *Pseudocompact group topologies with no infinite compact subsets*, Journal of Pure and Applied Algebra 215 (2011) 655-663.
- [8] J. Galindo, L. Recoder-Núñez and M. Tkachenko, *Nondiscrete P -groups can be reflexive*, Topology Appl. 158 (2011) 194-203.
- [9] S. Hernández and S. Macario, *Dual properties in totally bounded Abelian groups*, Archiv der Mathematik 80 (2003) 271–283.
- [10] S. Kaplan, *Extensions of the Pontryagin duality I: Infinite products*, Duke Math. J. 15 (1948), 649-658.
- [11] P. Nickolas, *Reflexivity of topological groups*, Proc. Amer. Math. Soc. 65 (1977), 137–141
- [12] M. F. Smith, *The Pontryagin duality theorem in linear spaces*, Annals of Mathematics 1952, 56 (2), 248–253.

¹Departamento de Física y Matemática Aplicada

Universidad de Navarra

Edificio de Los Castaños. Irunlarrea s. n., 31080 Pamplona (Navarra)

mjchasco@unav.es